

# АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОЙ НАСТРОЙКИ РЕАЛЬНЫХ ПИД РЕГУЛЯТОРОВ НА ЗАДАННЫЙ ЗАПАС УСТОЙЧИВОСТИ

**А.И. РЕПИН (ООО “ЭНЕРГОАВТОМАТИКА”),  
В.Р. САБАНИН, Н.И. СМИРНОВ (МЭИ)**

Предлагаются алгоритм и программа в среде Mathcad для оптимальной настройки ПИД регуляторов на заданный запас устойчивости. В основу положен целенаправленный поиск характерной точки, выявленной в результате анализа поверхностей заданного запаса устойчивости по частотному показателю колебательности в пространстве настроечных параметров. Рекомендуемая точка соответствует максимальному значению коэффициента передачи регулятора на линии максимальных значений коэффициента интегральной составляющей при возрастании коэффициента дифференциальной составляющей. Сравнительный анализ качественных показателей при настройках по предлагаемому алгоритму с наиболее часто применяемыми настройками на минимум линейного интегрального критерия (абсолютный максимум коэффициента интегральной составляющей) показал его заметное преимущество.

Интерес к автоматическим регуляторам, действующим по ПИД закону регулирования, в последнее время заметно вырос [1]. В первую очередь это объясняется тем, что они позволяют получить более высокое качество регулирования по сравнению с традиционно применяемыми ПИ регуляторами. Существующие аналитические методы настройки ПИД регуляторов наряду с их неоднозначностью зачастую дают далеко не оптимальные результаты. Предлагается достаточно простая и компактная программа в инструментальной среде *Mathcad*, позволяющая найти оптимальную точку в пространстве настроечных параметров ПИД регулятора на поверхности запаса устойчивости, определяемого заданной допустимой величиной частотного показателя колебательности  $M_{доп}$ .

Передаточную функцию идеального ПИД регулятора принято записывать в виде:

$$W_{u,p}(s) = K_p + \frac{K_i}{T_i \cdot s} + K_d \cdot T_d \cdot s, \quad (1)$$

где  $K_p$  – коэффициент передачи регулятора;  $T_i$  и  $T_d$  – постоянные времени интегрирования и дифференцирования.

С учетом обозначений  $K_u = \frac{K_p}{T_u}$  и  $K_d = K_p \cdot T_d$  выражение (1) примет вид:

$$W_{u,p}(s) = K_p + \frac{K_u}{s} + K_d \cdot s, \quad (2)$$

где  $K_u$ ,  $K_d$  – настроечные параметры, соответственно,  $u$  (интегральной) и  $d$  (дифференциальной) составляющих регулятора.

Запись передаточной функции в виде выражения (2) является более удобной для процедур численной настройки, поскольку она однозначно определяет каждую из составляющих регулятора через соответствующие коэффициенты.

Из-за наличия случайных высокочастотных помех во входном сигнале регулятора дифференциальную составляющую принято реализовывать в виде реального дифференцирующего звена. На практике эта процедура осуществляется с помощью фильтров с передаточной функцией аperiodического звена  $n$ -го порядка. Постоянную времени фильтра  $T_\phi$  связывают с постоянной времени дифференцирования  $T_d$  с помощью коэффициента  $K_\phi$ . Величина коэффициента

ента  $K_\phi$ , а также порядок фильтра  $n$  выбираются по результатам анализа вероятностных характеристик случайной помехи, исходя из ее оптимальной фильтрации при вычислении производных [2, 3]. С учетом соотношения  $T_d = \frac{K_d}{K_p}$  передаточная функция для реального ПИД регулятора может быть выражена через принятые настроечные параметры  $K_p$ ,  $K_u$ ,  $K_d$ , коэффициент  $K_\phi$  и порядок фильтра  $n$  в виде соотношения:

$$W_{p,p}(s) = K_p + \frac{K_u}{s} + \frac{K_d \cdot s}{\left(\frac{K_d}{K_p} \cdot s + 1\right)^n} \cdot K_\phi \quad (3)$$

Передаточной функцией вида (3) описываются алгоритмы ПИД регуляторов, реализуемых практически во всех отечественных и зарубежных микропроцессорных контроллерах. Величину коэффициента  $K_\phi$  принято выбирать относительно небольшой в диапазоне от пяти до десяти, а порядок фильтра  $n$  не выше второго.

Вопросы, связанные с настройкой реальных ПИД регуляторов, изложены в работах [4-8]. В работе [4] приводится аналитический метод расчета с линейным интегральным критерием оптимальности и ограничением на величину частотного показателя колебательности. Определение оптимальных настроек производится методом последовательных приближений, осуществляемых в режиме диалога на ПЭВМ. В работе [5] в отличие от известных интегральных критериев, нашедших широкое распространение в аналитических и численных методах расчета, рекомендуются экспертные критерии. С помощью процедуры многоуровневого сканирования осуществляется вывод системы регулирования на границу заданного запаса устойчивости, по результатам которого и определяется оптимальная настройка. В работе [6] для одноконтурной САР с ПИД регулятором предложены простые аппроксимационные формулы, позволяющие определять параметры настройки регулятора по переходной характеристике объекта регулирования. В работах [7, 8] предложены алгоритмы численной настройки реальных ПИД регуляторов с использованием эволюционного генетического алгоритма "Optim-MGA" [9]. В этих работах оптимизация настроечных параметров проводилась по интегральным критериям. Кроме того, в них рассмотрена

также возможность робастной компромиссной настройки, гарантирующей сохранение заданного запаса устойчивости при прогнозируемом характере изменения динамики объекта регулирования. Авторы всех цитированных работ ориентировались на ПИД регуляторы с фильтрами лишь первого порядка и величиной коэффициента  $K_\phi = 8$ .

Предлагаемая программа настройки ПИД регуляторов заключается в целенаправленной процедуре поиска оптимальной точки с максимальным значением коэффициента передачи регулятора  $K_{p,max}$  в пространстве настроечных параметров с учетом заданного запаса устойчивости. Исследования проводились на модели одноконтурной САР с ПИД регулятором с идеальным ( $n = 0$ ) и реальным дифференцированием с фильтрами первого, второго и третьего порядков ( $n = 1, 2, 3$ ;  $K_\phi = 5 \div 8$ ) с различного вида передаточными функциями объекта регулирования. Ниже в качестве примера приводятся результаты исследования САР, объект регулирования в которой описывается передаточной функцией вида [10]:

$$W_o(s) = K_o \cdot \frac{e^{-\tau_o \cdot s}}{(T_o \cdot s + 1)^3} \quad (4)$$

где  $K_o = 0,45 \text{ } ^\circ\text{C}/\% \text{УП}$ ;  $\tau_o = 0,52 \text{ мин}$ ;  $T_o = 1,9 \text{ мин}$ .

На первом этапе исследований были построены линии заданного запаса устойчивости в плоскости настроечных параметров  $K_p - K_u$  для большого ряда значений  $K_d$ , начиная с нуля (ПИ регулятор). Полученные линии представляют собой срезы поверхности заданного запаса устойчивости, анализ которых и позволил выбрать оптимальную точку в пространстве настроечных параметров регулятора. Исследования проводились для широкого диапазона допустимых значений частотного показателя колебательности от  $M_{доп} = 1,287$  до  $M_{доп} = 2,38$ , что приблизительно соответствует степени затухания  $\psi$  в диапазоне от 0,95 до 0,75.

По результатам проведенного анализа были выявлены две характерные точки. Первая точка, широко известная по существующим методикам настройки, характеризуется абсолютным максимумом коэффициента  $K_u$ , при интегральной составляющей, что соответствует минимальному значению линейного интегрального критерия. Вторая точка характеризуется максимальным значением коэффициента

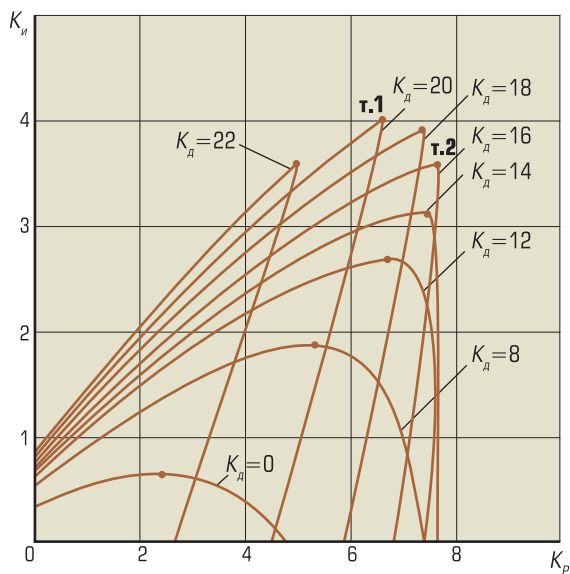


Рис. 1. Линии заданного запаса устойчивости для  $M_{доп} = 1,55$  и  $n = 0$  (идеальный ПИД регулятор) при различных значениях  $K_d$

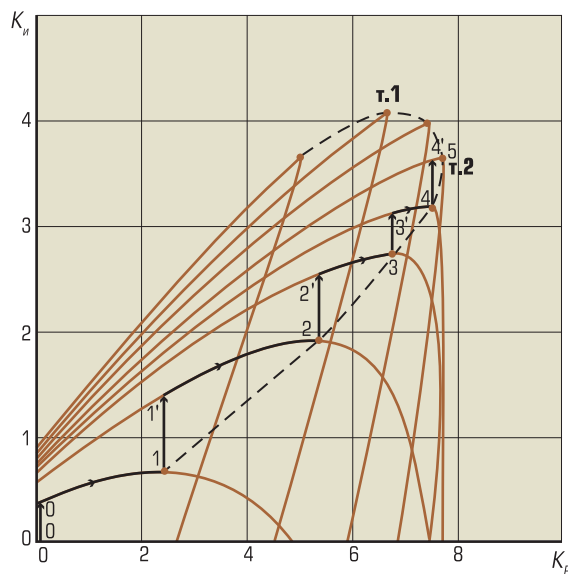


Рис. 3. Траектория целенаправленной процедуры поиска т.2 с максимальным значением  $K_{p,max}$

передачи  $K_p$ . Относительное расположение выявленных точек сохранялось для всех вариантов проведенных исследований. В качестве примера на рис. 1 показано расположение этих точек на линиях заданного запаса устойчивости в плоскости настроечных параметров  $K_p - K_u$  при различных значениях  $K_d$  для идеального ПИД регулятора ( $M_{доп} = 1,55; n = 0$ ).

Виртуальная линия, проведенная через максимальные значения  $K_u$  во всем диапазоне  $K_d$ , четко определяет выше названные точки: т.1, соответствующую абсолютному максимуму  $K_{u,max}$ , и т.2, соответствующую абсолютному максимуму  $K_{p,max}$ .

Переходные процессы и соответствующие анализируемым точкам амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) замкнутых САР представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, процессы с настройками в т.1 с абсолютным максимумом  $K_{u,max}$  характеризуются значительным перерегулированием, за счет чего и снижается величина линейного интеграла. Настройка в т.2 с максимальным значением  $K_{p,max}$  дает выигрыш в площади под переходным процессом, заметно снижая перерегулирование и увеличивая степень затухания. К тому же определение этой точки оказывается значительно проще в смысле реализации формализованной процедуры поиска.

Траектория целенаправленного движения к максимальному значению  $K_{p,max}$  в пространстве настроечных параметров регулятора представлена на рис. 3.

Ниже приводится описание представленной на рис. 3 целенаправленной процедуры поиска точки  $K_{p,max}$ .

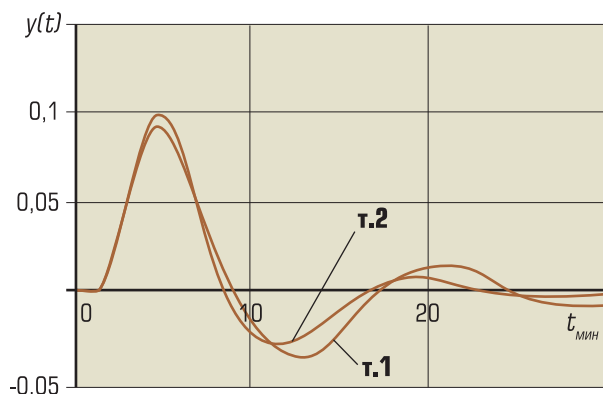
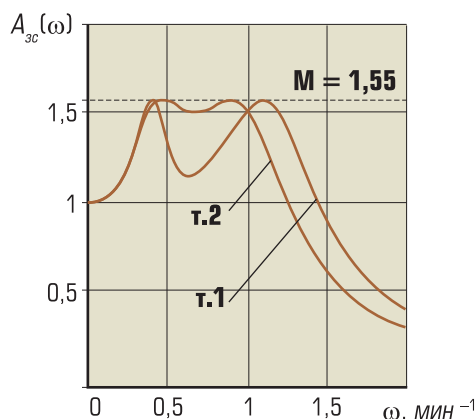
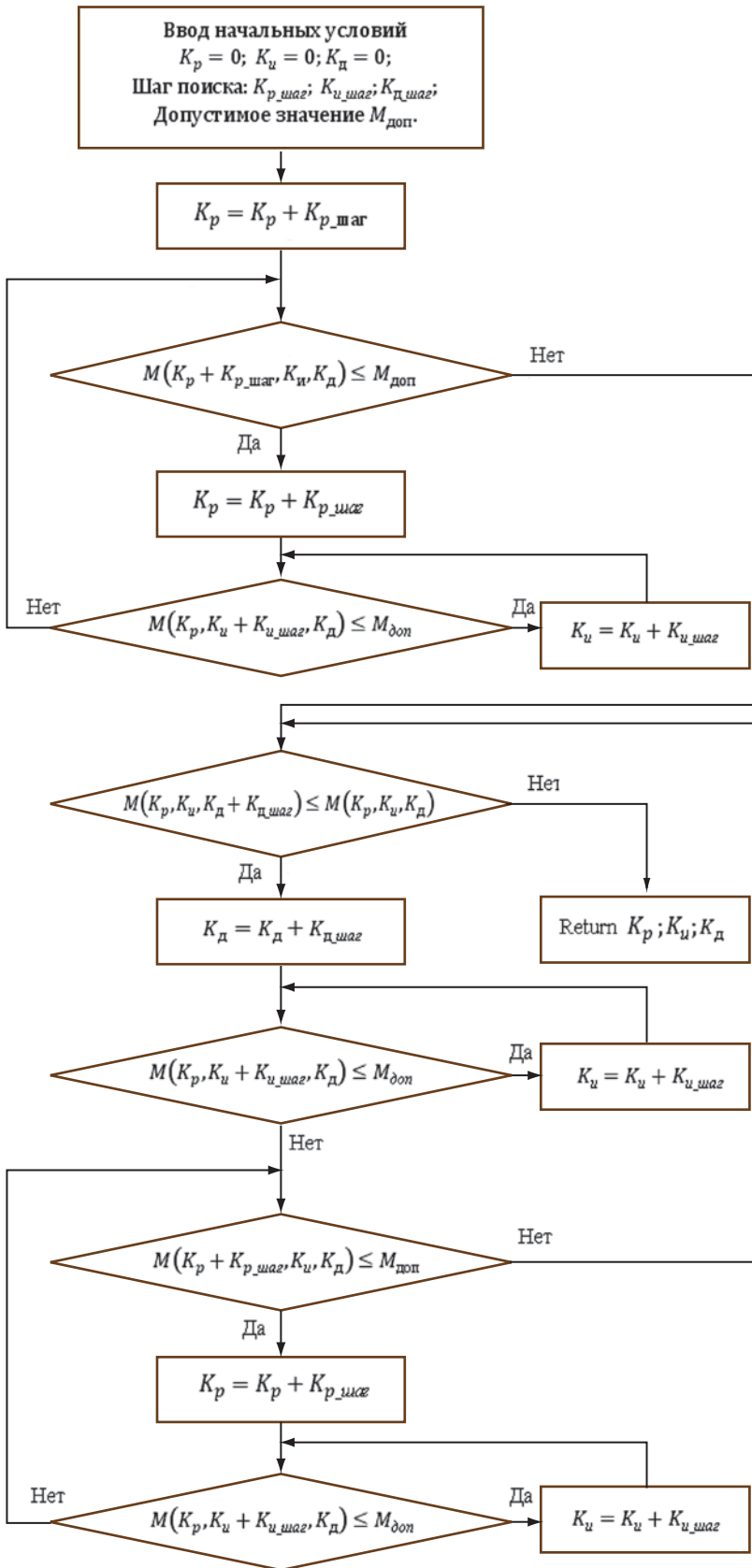


Рис. 2. Переходные процессы и АЧХ замкнутых САР для анализируемых точек





▲ Рис. 4. Блок-схема алгоритма поиска точки  $K_{p,max}$

1. Задаются начальные значения  $K_p = 0, K_u = 0, K_d = 0$  и шаги поиска  $K_{p\_шаг}, K_{u\_шаг}, K_{d\_шаг}$ . Ориентировочно значения шагов изменения настроечных параметров можно выбрать из известных соотношений между параметрами объекта и регулятора.
2. Относительно точки 0, в которой  $K_p = K_p + K_{p\_шаг}, K_u = 0, K_d = 0$ ,  $K_u$  увеличивается до тех пор, пока значение максимума АЧХ системы не достигнет допустимого значения  $M_{доп}$ . Найденная точка 0' будет соответствовать оптимальной настройке И-регулятора.
3. Осуществляется поиск максимума  $K_u$  на линии заданного запаса устойчивости  $M_{доп}$ . Найденная точка 1 соответствует оптимальной настройке ПИ-регулятора. (Для случая объектов регулирования без самовыравнивания линии заданного запаса устойчивости в пространстве настроечных параметров идут из начала координат, в связи с чем алгоритм сразу находит точку 1, минуя точку 0').
4. Увеличивается значение  $K_d$  на величину шага  $K_d = K_d + K_{d\_шаг}$ . Значение частотного показателя колебательности  $M$  при этом уменьшится относительно исходного. С учетом этого осуществляется увеличение значения  $K_u$  до тех пор, пока значение максимума АЧХ системы не достигнет допустимого значения  $M_{доп}$  (точка 1').
5. Производится поиск максимума  $K_u$  на линии заданного запаса устойчивости  $M_{доп}$ , соответствующей новому значению  $K_d$  (точка 2).
6. Пункты 4, 5 повторяются до тех пор (точки 2-5), пока увеличение  $K_d$  не приведет к увеличению значения частотного показателя колебательности относительно  $M_{доп}$  (точка 5).

Блок-схема, реализующая алгоритм поиска точки  $K_{p,max}$ , представлена на рис. 4.

Версия программы в среде *Mathcad*, реализующая описанную в блок-схеме алгоритма процедуру, представлена на рис. 5.

Некоторые результаты настроек, полученные с использованием разработанной программы для  $M_{доп} = 1,55$  и  $K_{\phi} = 8$ , а также оценки интегральных критериев (линейный  $I_L$ , по модулю  $I_M$ , квадратичный  $I_K$ ) и степень затухания переходных процессов  $\psi$ , приведены в таблице.

Переходные процессы и соответствующие им АЧХ замкнутых САР с идеальным ( $n = 0$ ) и реальным ( $n = 2, K_{\phi} = 8$ ) ПИД регуляторами с настройками на  $K_{p,max}$  представлены на рис. 6. Там же для сравнения показаны характеристики САР с ПИ регулятором.

В заключение следует отметить, что проведенные авторами многочисленные расчеты с различного вида передаточными функциями объектов регулирования в широком диапазоне допустимых значений показателя колебательности, показали стабильные, воспроизводимые результаты. Программа устойчиво работала при расчете САР с реальным ПИД регулятором с фильтрами различного порядка от первого до третьего, коэффициентом  $K_{\phi}$  в диапазоне от пяти до десяти, четко определяя рекомендуемую точку  $K_{p,max}$ . Отметим также, что с повышением порядка фильтра заметно увеличивается степень затухания при

```

1. Ввод начальных условий
параметры объекта:      K0 := 0.45  τ0 := 0.52  T0 := 1.9
параметры регулятора:   Kφ := 8    n := 0
допустимое значение M:  Mдоп := 1.55
максимальное значение частоты и шаг по частоте:  ωmax := 10  N := 2000  dω :=  $\frac{\omega_{max}}{N}$ 

2. КЧХ объекта регулирования и реального ПИД-регулятора
W0(ω) := K0 ·  $\frac{e^{-T_0 \cdot \omega \cdot i}}{[T_0 \cdot (\omega \cdot i) + 1]^3}$ 
Wp(ω, Kp, Kи, Kд) := Kp +  $\frac{K_{и}}{i \cdot \omega} + \frac{K_{д}}{[ \frac{K_{д}}{K_{p} \cdot K_{\phi}} \cdot (i \cdot \omega) + 1 ]^n} \cdot (i \cdot \omega)$ 

3. КЧХ замкнутой системы регулирования
Wзс(ω, Kp, Kи, Kд) :=  $\frac{W_0(\omega) \cdot W_p(\omega, K_p, K_{и}, K_{д})}{1 + W_0(\omega) \cdot W_p(\omega, K_p, K_{и}, K_{д})}$ 

4. Функция, определяющая максимум АЧХ замкнутой системы регулирования
Mmax(Kp, Kи, Kд) :=  $\begin{cases} \text{for } j \in 1..N \\ V_j \leftarrow |W_{зс}(j \cdot d\omega, K_p, K_{и}, K_{д})| \\ \text{return max}(V) \end{cases}$ 

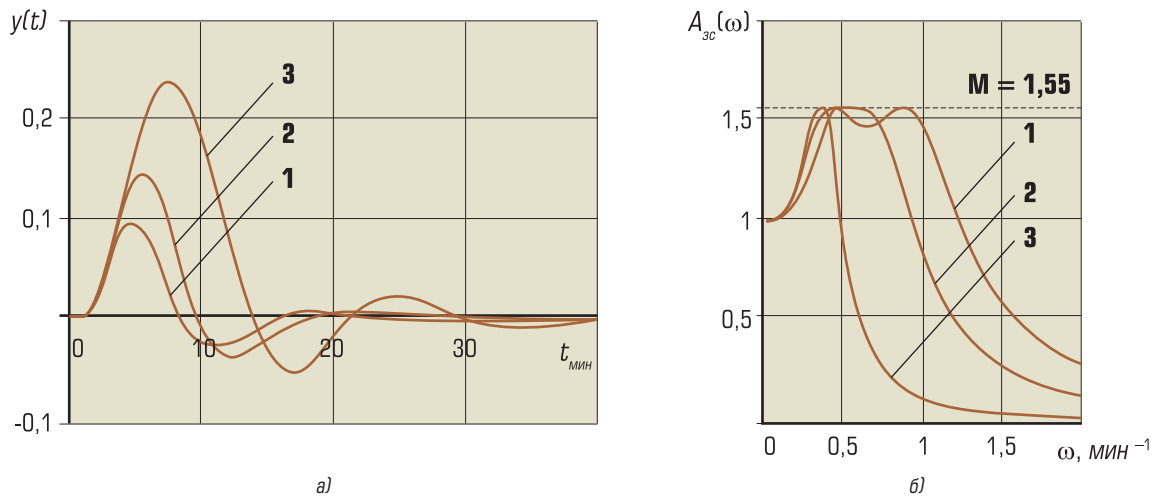
5. Алгоритм настройки
Tune(Mдоп) :=  $\begin{cases} (K_p \leftarrow 0 \ K_{и} \leftarrow 0 \ K_{д} \leftarrow 0 \ K_{p\_шаг} \leftarrow 0.01 \ K_{и\_шаг} \leftarrow 0.005 \ K_{д\_шаг} \leftarrow 0.1) \\ K_p \leftarrow K_p + K_{p\_шаг} \\ \text{while } M_{max}(K_p + K_{p\_шаг}, K_{и}, K_{д}) \leq M_{доп} \\ \quad K_p \leftarrow K_p + K_{p\_шаг} \\ \quad \text{while } M_{max}(K_p, K_{и} + K_{и\_шаг}, K_{д}) \leq M_{доп} \\ \quad \quad K_{и} \leftarrow K_{и} + K_{и\_шаг} \\ \quad \text{while } M_{max}(K_p, K_{и}, K_{д} + K_{д\_шаг}) \leq M_{max}(K_p, K_{и}, K_{д}) \\ \quad \quad K_{д} \leftarrow K_{д} + K_{д\_шаг} \\ \quad \quad \text{while } M_{max}(K_p, K_{и} + K_{и\_шаг}, K_{д}) \leq M_{доп} \\ \quad \quad \quad K_{и} \leftarrow K_{и} + K_{и\_шаг} \\ \quad \quad \quad \text{while } M_{max}(K_p + K_{p\_шаг}, K_{и}, K_{д}) \leq M_{доп} \\ \quad \quad \quad \quad K_p \leftarrow K_p + K_{p\_шаг} \\ \quad \quad \quad \quad \text{while } M_{max}(K_p, K_{и} + K_{и\_шаг}, K_{д}) \leq M_{доп} \\ \quad \quad \quad \quad \quad K_{и} \leftarrow K_{и} + K_{и\_шаг} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \text{return } (K_p \ K_{и} \ K_{д}) \end{cases}$ 

Результат:  Tune(Mдоп) = (7.68 3.515 15.7)
    
```

▲ Рис. 5. Программа алгоритма настройки реальных ПИД регуляторов

Таблица

Варианты	Настроечные параметры регулятора			Значения интегральных критериев и степень затухания			
	$K_p$	$K_{и}$	$K_{д}$	$I_L$	$I_M$	$I_K$	$\psi$
ПИД идеальный $K_{u,max}$	6,69	4,01	19,9	0,248	0,687	0,031	0,824
ПИД идеальный $K_{p,max}$	7,68	3,54	15,9	0,279	0,575	0,030	0,916
ПИД реальный $K_{p,max}; n = 1$	5,70	2,42	10,9	0,414	0,758	0,056	0,943
ПИД реальный $K_{p,max}; n = 2$	4,63	1,95	8,6	0,513	0,920	0,081	0,952
ПИД реальный $K_{p,max}; n = 3$	3,96	1,66	7,2	0,603	1,057	0,103	0,956
ПИ регулятор	2,32	0,66	0	1,517	2,118	0,317	0,902



▲ Рис. 6. Переходные процессы (а) и АЧХ замкнутых САР (б)  
 1 – САР с идеальным ПИД регулятором; 2 – САР с реальным ПИД регулятором ( $n = 2, Kф = 8$ ); 3 – САР с ПИ регулятором

соблюдении заданной величины показателя колебательности, что свидетельствует о повышении робастности полученных настроек. Особенно заметно эта тенденция проявляется в расчетах с более низкими значениями величины  $M_{доп}$ .

Предлагаемая программа представлена на авторском сайте в сети Internet (<http://ai.xss.ru>) в разделе “Программные продукты”. Заинтересованным коллегам представляется возможность проверить ее работоспособность на практике и прислать свои критические замечания и пожелания.

### Список литературы

1. Штейнберг Ш.Е., Серёжин Л.П. и др. Проблемы создания и эксплуатации эффективных систем регулирования // Промышленные АСУ и контроллеры. 2004. № 7.
2. Виленкин С.Я. Статистические методы исследования систем автоматического регулирования. М. Советское радио, 1967.
3. Ицкович Э.Л. Контроль производства с помощью вычислительных машин. М. Энергия, 1975.
4. Ротач В.Я. Расчет настройки реальных ПИД регуляторов // Теплоэнергетика. 1993. № 10.
5. Ротач В.Я. К расчету оптимальных параметров реальных ПИД регуляторов по экспертным критериям // Промышленные АСУ и контроллеры. 2006. № 2.
6. Давыдов Н.И., Идзон О.М., Симонова О.В. Определение параметров настройки ПИД регуляторов по переходной характеристике объекта регулирования // Теплоэнергетика. 1993. № 10.
7. Смирнов Н.И., Сабанин В.Р., Репин А.И. Чувствительность и робастная настройка ПИД регуляторов с реальным дифференцированием // Теплоэнергетика. 2007. № 10.
8. Смирнов Н.И., Сабанин В.Р., Репин А.И. Структурная реализация и оптимальная настройка многопараметрического регулятора с реальным дифференцированием // Промышленные АСУ и контроллеры. 2007. № 11.
9. Сабанин В.Р., Смирнов Н.И., Репин А.И. Параметрическая оптимизация и диагностика с использованием генетических алгоритмов // Промышленные АСУ и контроллеры. 2004. № 12.
10. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. М.: Издательский дом МЭИ, 2004.

*Репин Андрей Иванович – канд. техн. наук, с.н.с. ООО “Энергоавтоматика”,  
 Сабанин Владимир Романович – канд. техн. наук, доцент каф. АСУ ТП МЭИ,  
 Смирнов Николай Иванович – канд. техн. наук, доцент каф. АСУ ТП МЭИ.  
 Контактное лицо Репин А.И., сл. тел. (495) 981-01-36.  
 E-Mail: RepinAI@mpei.ru*